СПЕКТРЫ «ГЛАДКИХ» ПОМЕХ

Профессор В. А. Котельников

Московский Орден Ленина
Энергетический институт им. В. М. Молотова

Научная сессия Проблемы послевоенной энергетики Советского Союза
Тезисы докладов
Гос. Техн. Изд-во, М.–Л., 1945, с. 219–221

1. Классификация помех, состоящих из импульсов, расположенных хаотически по времени.

Возможны следующие разновидности таких помех:

а) одиночно-импульсные помехи, когда импульсы помехи настолько редки, что они и нестационарные явления, ими вызываемые, практически не накладываются друг на друга;

б) «гладкая» или нормально хаотическая помеха, когда импульсы помехи настолько часты, что они или нестационарные явления, ими вызываемые, накладываются друг на друга, в таком количестве, что к ним возможно применять законы больших чисел;

в) случай промежуточный между приведенными выше двумя разновидностями.

2. Рассмотрение «гладких», нормально хаотических помех.

К нормально хаотическим помехам относятся помехи за счет термической флюктуации тока в проводниках, шум электронных ламп, некоторые типы атмосферных и промышленных помех.

Нормально хаотическая помеха может быть представлена математически в промежутке времени $-\dfrac{T}{2}, \dfrac{T}{2}$ произвольно большой длины рядом Фурье:

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{g(\omega)\Delta\omega}\,\Theta_{C\omega}\cos\omega t + \sqrt{g(\omega)\Delta\omega}\,\Theta_{S\omega}\sin\omega t \right), \qquad \omega = k\,\Delta\omega, \tag{A}$$

где $\Delta\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ — разность между двумя соседними частотами; $\Theta_{C\omega}$ и $\Theta_{S\omega}$ — случайные не зависящие друг от друга величины, подчиняющиеся закону Гаусса. Для них вероятности того, что $Z < \Theta_{C\omega} < Z + dZ$ и $Z < \Theta_{S\omega} < Z + dZ$ будет

$$P(Z < \Theta_{C\omega} < Z + dZ) = P(Z < \Theta_{S\omega} < Z + dZ) = \frac{e^{-\frac{Z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\,dZ.$$

Далее:

$$g(\omega) = n\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt\right|^2,$$

где $f(t)$ — выражение одного импульса, n — число импульсов в среднем в единицу времени.

Если помеха состоит из различных импульсов, то

$$g(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} n_m\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_m(t)e^{-j\omega t}dt\right|^2,$$

$g(\omega)$ мы будем называть среднеквадратичным спектром помехи.

Объединяя косинус с синусом одной и той же частоты, мы получим другое выражение для нормально-хаотической помехи:

$$\Phi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{g(\omega)\Delta\omega}\,\eta_\omega \cos(\omega t + \varphi_\omega), \quad \omega = k\,\Delta\omega, \tag{B}$$

где η_ω и φ_ω — независимые случайные величины, причем φ_ω может принимать равновероятно все значения между $-\pi + \pi$ и вероятность того, что $Z < \eta_\omega < Z + dZ$ равна:

$$P(Z < \eta_\omega < Z + dZ) = e^{-\frac{Z^2}{2}} Z\,dZ.$$

Наконец, возможно третье выражение для той же нормально-хаотической помехи:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2g(\omega)\delta\omega}\,\cos(\omega t + \varphi_\omega), \quad \omega = k\,\delta\omega, \tag{C}$$

если $\dfrac{\delta\omega}{\Delta\omega} \to 0$.

3. Из приведенных математических выражений для нормально хаотической помехи можно сделать следующие выводы:

а) Нормально хаотическая (гладкая) помеха полностью характеризуется параметром $g(\omega)$, зависящим от частоты ω. Две помехи, вызванные различным числом различных импульсов, но характеризующиеся одним и тем же среднеквадратичным спектром $g(\omega)$ эквивалентны.

б) При воздействии на вход линейного четырехполюсника нормально хаотической помехи со среднеквадратичным спектром $g(\omega)$ на его выходе будет также нормально хаотическая помеха со среднеквадратичным спектром $K^2(\omega)g(\omega)$, где $K(\omega)$ — модуль коэффициента усиления четырехполюсника на частоте ω. Фазовая характеристика четырехполюсника при этом совершенно не сказывается.

в) При сложении нескольких нормально хаотических помех со среднеквадратичными спектрами $g_1(\omega), g_2(\omega), \ldots, g_n(\omega)$ их сумма будет также нормально хаотической помехой со среднеквадратичным спектром:

$$g(\omega) = \sum_{k=1}^{n} g_k(\omega).$$

14. Полученные выражения (A), (B) и (C) позволяют сделать целый ряд количественных выводов, которые будут изложены в отдельном докладе.

МЭИ
Кафедра теоретических основ
радиотехники